

Medida de los coeficientes de arrastre y sustentación y análisis de vibraciones en un ala con perfil NACA 0012

Autor: Sergio Martínez Aranda

Tutores: Carlos del Pino Peñas & José F. Velázquez Navarro

*Máster Oficial en Hidráulica Ambiental - Especialidad en Aero-hidrodinámica de Vehículos
Universidad de Granada - Universidad de Málaga - Julio 2013*

Resumen

Se ha estudiado la influencia del ángulo de ataque y del número de Reynolds de cuerda en los coeficientes de sustentación y arrastre de un ala con perfil NACA 0012. Para ello se ensayó en un túnel de viento de baja turbulencia un modelo de ala de 100 mm de cuerda y 200 mm de longitud ($AR = 2$), unido solidariamente en uno de sus extremos a una balanza de precisión capaz de medir fuerzas en las tres componentes del espacio, para números de Reynolds de cuerda $3,33 \cdot 10^4 \leq Re_c \leq 1,33 \cdot 10^5$ y ángulos de ataque entre -35° y $+35^\circ$. Adicionalmente se ha estudiado la respuesta dinámica del modelo a las solicitaciones aerodinámicas aparecidas bajo esas condiciones, procediendo a un análisis en frecuencia de las vibraciones en el ala. De esta manera, se ha encontrado que el vórtice generado en el extremo libre del ala causa una reducción del coeficiente de sustentación máximo del 40% respecto al esperado para el perfil 2D, al mismo tiempo que un incremento de aproximadamente 6 veces en el coeficiente de arrastre mínimo para $\alpha = 0^\circ$, con un ligero descenso al incrementar el Re_c . La entrada en pérdida del perfil se produce entre los 12° y los 14° en todos los casos. Del análisis en el dominio frecuencial de las señales de la balanza, se ha obtenido que la fluctuación de la fuerza aerodinámica sobre el ala se produce con una frecuencia principal que coincide con la frecuencia del primer modo de vibración natural del sistema ala-balanza (aprox. 28,5 Hz). La intensidad de la vibración en el ala depende de las características del flujo en la superficie y la estela del perfil, aumentando considerablemente para ángulos de ataque iguales y ligeramente superiores al de entrada en pérdida. También existe una componente importante de baja frecuencia (0,05-1,5 Hz) para la fluctuación de la fuerza de sustentación, que se corresponde con la frecuencia de variación en el plano perpendicular al flujo de la posición del centro del torbellino de punta de ala en el campo cercano al borde de fuga aguas abajo del perfil.

1. Introducción

Las superficies sustentadoras de un cuerpo inmerso en un flujo de aire pueden considerarse como herramientas que han de proporcionar la máxima fuerza de sustentación (perpendicular a la dirección de movimiento) con la mínima fuerza de arrastre (paralela a la dirección de movimiento). La relación entre estas dos fuerzas está determinada principalmente por las características aerodinámicas de la sección transversal del ala. Cuando la relación entre longitud y cuerda del ala rebasa ciertos

umbrales inferiores, los efectos de borde en el extremo del ala comienzan a jugar un papel clave, pudiendo modificar sustancialmente el rendimiento aerodinámico esperado de la superficie sustentadora. La presencia de un vórtice en el extremo de las superficies sustentadoras finitas (*wing-tip vortex*) genera una reducción del coeficientes de sustentación respecto al perfil 2D, al mismo tiempo que un aumento del coeficiente de arrastre de valores importantes (arrastre inducido). Estos efectos se incrementan cuanto menor sea la relación de aspecto del ala finita.

Es usual el empleo de perfiles aerodinámicos normalizados como sección transversal de superficies de sustentación. Los perfiles aerodinámicos de la serie NACA 4-dígitos fueron desarrollados por el *National Advisory Committee for Aeronautics* (USA) durante la primera mitad del S. XX y sus características aerodinámicas han sido comprobadas en multitud de estudios. Ya en 1949, I. Abbott & A. von Doenhoff [1] presentan un amplio sumario de datos experimentales para distintos perfiles. Este sumario incluye datos del coeficiente de arrastre C_D y de sustentación C_L tomados en túnel de viento de baja turbulencia para un perfil NACA 0012 sin efectos de borde (perfil 2D). Los ensayos son desarrollados con números de Reynolds de la corriente incidente, basados en la cuerda del perfil (Re_c), entre $3 \cdot 10^6$ y $9 \cdot 10^6$. Abbott & von Doenhoff obtienen un C_L máximo de 1,1-1,6 para un ángulo de entrada en pérdida del perfil de 12° - 16° aproximadamente. Para ángulos de ataque menores al ángulo de entrada en pérdida, la sustentación en el perfil crece linealmente con una pendiente $\Delta C_L/\Delta\alpha \simeq 0,11 \text{deg}^{-1}$. El C_D mínimo obtenido por Abbott está entre 0,006-0,01, dependiendo de la rugosidad superficial del perfil.

En 1981, R. Sheldahl & P. Klimas [2] realizan mediciones del rendimiento aerodinámico para el mismo perfil 2D con 38,10 cm de cuerda, inmerso en una corriente uniforme con $3,6 \cdot 10^5 \leq Re_c \leq 7 \cdot 10^5$ y para ángulos de ataque entre 0° y 180° . Estos ensayos reportan una reducción en el coeficiente de sustentación máximo (0,9-1,0) y en el ángulo de entrada en pérdida del perfil (10° - 12°). Igualmente, la pendiente coincide sensiblemente con la obtenida por Abbott en ángulos de ataque pequeños ($\Delta C_L/\Delta\alpha = 0,11 \text{deg}^{-1}$), pero se reduce sensiblemente cuando el ángulo de ataque aumenta por encima de los 5° - 6° . El coeficiente de arrastre mínimo obtenido por Sheldahl es de 0,008 para un ángulo de ataque de 0° , creciendo hasta 0,028 para el ángulo de entrada en pérdida del perfil, superior a los valores reportados por Abbott.

Laitone [3] (1997) estudió un ala rectangular de 31 mm de cuerda y relación de aspecto 6 ($AR = L/c = 6$) con perfil NACA 0012, para flujos incidentes con Re_c por debajo de $7 \cdot 10^4$ en un túnel de viento con varias intensidades de turbulencia de la corriente

libre (0,02% y 0,1%). El ala estaba fijada en la parte superior de la sección de medida del túnel, quedando el extremo libre a una distancia de 12 cuerdas sobre el suelo de la sección de medida. Laitone realizó medidas de las fuerzas sobre el ala mediante el empleo de una balanza bidireccional de precisión, obteniendo resultados también para una placa plana y una placa arqueada circularmente de las mismas dimensiones que el ala NACA. Sus resultados demuestran la no adecuación de las curvas obtenidas para el perfil en flujos a elevadas velocidades a las características aerodinámicas reales del mismo cuando el Re_c se reduce a ordenes de 10^4 o inferiores. En sus experimentos, el modelo de placa plana tiene mejor rendimiento aerodinámico que el perfil NACA 0012.

Laitone mostró la aparición de una discontinuidad de la pendiente de la zona lineal de la curva de sustentación ($\Delta C_L/\Delta\alpha$) del modelo NACA 0012 para $Re_c = 2,07 \cdot 10^4$ y $Re_c = 4,21 \cdot 10^4$ de la corriente incidente. Esta discontinuidad se va reduciendo conforme aumenta la velocidad de la corriente o la turbulencia del flujo, aumentando progresivamente la pendiente en ángulos de ataque cercanos al nulo. La pendiente de la curva de sustentación para un ángulo de ataque de 0° ($\Delta C_L/\Delta\alpha_0$) es de 0,041 para $Re_c = 2,07 \cdot 10^4$ y 0,053 para $Re_c = 4,21 \cdot 10^4$ (Figura 1). Laitone obtuvo un coeficiente de sustentación máximo de 0,445 para la corriente con turbulencia 0,02% y 0,59 para la corriente con turbulencia 0,1% (comprobando que el C_L aumenta conforme aumentaba la turbulencia del flujo libre dentro de un umbral limitado), con ángulos de entrada en pérdida del ala de 6° y 8° , respectivamente, para $Re_c = 2,07 \cdot 10^4$.

Además, Laitone comprobó que el C_D mínimo, obtenido para el ángulo de ataque con sustentación nula, descendía ligeramente conforme aumentaba el Re_c de la corriente aguas arriba del modelo, ajustando los puntos obtenidos mediante la ecuación $C_D = 0,35 \cdot Re_c^{-0,25}$, que se corresponde a una menor pendiente en escala logarítmica que la obtenida teóricamente para un modelo de placa plana mediante la teoría de Blassius de fricción en la capa límite laminar. El C_{Dmin} obtenido por Laitone para el ala NACA 0012 con $AR = 6$ es de 0,03 y 0,023 para

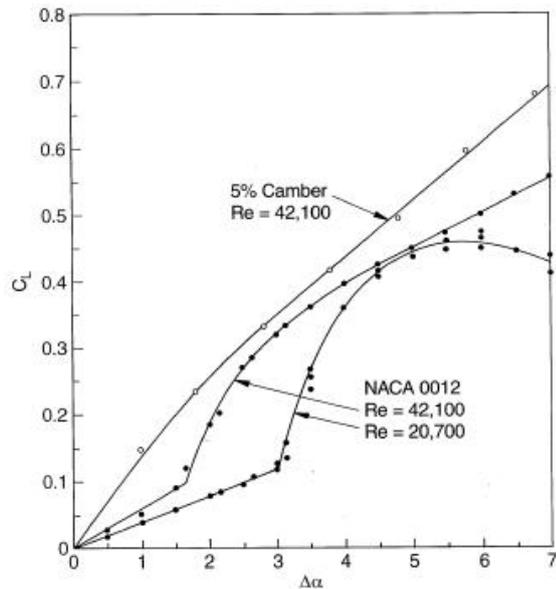


Figura 1: Curvas C_L vs α obtenidas por Laitone para ángulos de ataque pequeños.

$Re_c = 2,07 \cdot 10^4$ y $Re_c = 6,5 \cdot 10^4$ respectivamente.

T. Mueller & G. Torres [4] realizaron en 2001 medidas experimentales en túnel de viento de los coeficientes de arrastre y sustentación para distintos modelos de alas (rectangular, elíptica y Zimmermann normal e inversa), con relaciones de aspecto entre 0,5 y 2, construidas con un perfil de placa plana y con ambos bordes redondeados. Los números de Reynolds de cuerda para la corriente aguas arriba de los modelos fueron fijados entre $7 \cdot 10^4$ y $2 \cdot 10^5$ y los ángulos de ataque entre -10° y $+30^\circ$. Mueller & Torres encontraron una relación directa entre la relación de aspecto del ala y las curvas de sus coeficientes de arrastre y sustentación. Concretamente para el modelo rectangular de placa plana, un aumento de AR entre 0,5 y 2 provocaba una reducción del 40% aproximadamente en C_{Lmax} al mismo tiempo que una reducción del ángulo de entrada en pérdida.

Para el modelo de ala rectangular con $AR = 2$ y una corriente incidente de $Re_c = 1 \cdot 10^5$, Mueller & Torres obtienen un $C_{Lmax} = 0,8$ para un ángulo de ataque de entrada en pérdida de 18° . La pendiente de la zona lineal de la curva de sustentación ($\Delta C_L / \Delta \alpha$) es igual a 0,05 para ángulo de ataque pequeños. El

C_{Dmin} para la posición de sustentación nula ($\alpha = 0^\circ$) es de 0,04, demostrando el incremento de la fuerza de arrastre experimentada debido a la aparición de efectos de borde (vórtices en el extremo del ala).

En 2002, H.T. Ngo & L.E. Barlow [7] realizaron medidas en túnel de viento de baja turbulencia sobre un ala NACA 0012 rectangular, con una cuerda 150 mm y longitud 600 mm ($AR = 4$), para estudiar un mecanismo móvil que permitía reducir el arrastre inducido por el remolino generado en el extremo del ala. El número de Reynolds de la corriente aguas arriba del modelo era $Re_c = 4,8 \cdot 10^5$. Ngo & Barlow obtuvieron una C_{Dmin} de 0,05 para $\alpha = 0^\circ$. El C_{Lmax} estaba en torno al 0,63 para un ángulo de entrada en pérdida del ala de 13° .

S.C. Yen & L.C. Huang [6] midieron en 2009, utilizando una balanza tridireccional similar a la empleada en este estudio, las fuerzas sobre un modelo de ala con sección NACA 0012 y ángulos de inclinación hacia atrás (*swept-back*) entre 0° y 45° . El perfil tenía una cuerda de 60mm y una longitud de 300 mm ($AR = 5$). Para el modelo rectangular (*swept-back* nulo), Yen & Huang obtienen un $C_{Lmax} = 0,68$ para un ángulo de entrada en pérdida de 10° , con un $Re_c = 4,6 \cdot 10^4$. El C_{Dmin} para el ángulo con sustentación nula obtenido estaba en torno a 0,1. Este resultado es bastante superior al obtenido por Laitone para el C_{Dmin} con números de Reynolds del mismo orden y un modelo de $AR = 6$.

2. Montaje experimental

Los ensayos se desarrollaron en el túnel aerodinámico del Laboratorio de Aero-Hidrodinámica de Vehículos del Área de Mecánica de Fluidos de la Universidad de Málaga. Se trata un túnel de viento de circuito cerrado, con una sección de medida de 100 cm x 100 cm en las direcciones transversales al flujo y una longitud de 400 cm. El intervalo de velocidades de la corriente en el túnel es de $U_\infty = 4 - 30$ m/s.

El modelo de ensayo es un ala rectangular y ma-

ciza, de sección transversal con perfil aerodinámico NACA 0012 de 100 mm de cuerda. La longitud del modelo 200 mm ($AR = 2$) de longitud y está mecanizada en aluminio aleado. El grosor máximo del modelo es de 12 mm a una distancia 30 mm del borde de ataque del perfil. El extremo libre del ala se ha redondeado ligeramente para suavizar la interacción de la superficie con el flujo.

Se fijó el ala sólidamente a una base, mecanizada también en aluminio, que permitía acoplarlo a una balanza de precisión 3D, situada bajo el suelo de la sección de medida. Este dispositivo es capaz de medir fuerzas y momentos en las tres dimensiones ortogonales del espacio. Se niveló la balanza de modo que su eje Z coincidía con la vertical (Figura 2). El plano $X - Y$ de la balanza era perpendicular al eje longitudinal del ala.

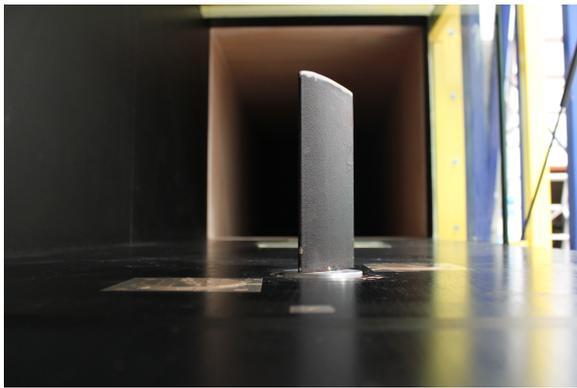


Figura 2: Modelo NACA 0012 montado en el túnel.

La balanza estaba acoplada a un sistema automático de rotación, que permitía variar la orientación de la misma entre $\alpha_r = [-180^\circ, 180^\circ]$ (Figura 3). Para el ángulo de rotación nulo, el eje X de la balanza presenta una desviación de $+27^\circ$ respecto al eje longitudinal de la sección de medida del túnel.

La salida de la balanza 3D se conecta a un equipo de registro de datos que dispone de una tarjeta de adquisición con convertidor A/D de 16 bits. Se registran datos de salida de voltaje en un rango de $0 V \leq V_{output} \leq 5 V$ y con frecuencia de muestreo de $f_s = 2500 \text{ puntos/seg}$, para las señales de fuerza en las tres dimensiones del espacio. El factor de conversión entre salida eléctrica de la balanza y fuerza es $K = \frac{32 N}{5V}$.

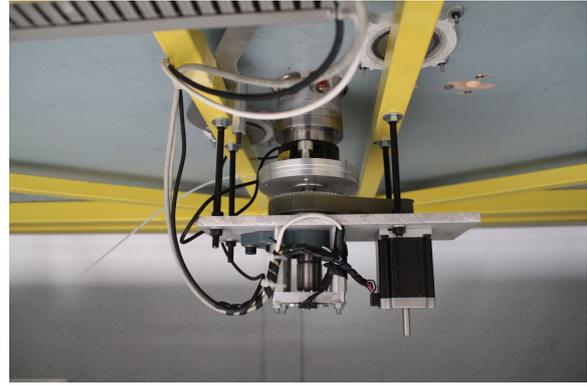


Figura 3: Balanza 3D y sistema de rotación.

Se calibró el sistema de rotación para encontrar el ángulo de ataque nulo $\alpha = 0^\circ$. En este ángulo, sabemos que la fuerza de sustentación es nula al ser el perfil simétrico y, por tanto, la fuerza de arrastre será mínima. Para ello, se realizaron una serie de ensayos para ángulos de entre $-10^\circ \leq \alpha_r \leq +10^\circ$ y se detectó el eje de simetría de la gráfica $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$ vs α_r , que coincide con el punto α_r donde la fuerza F es mínima. El desfase entre el cero del sistema de rotación y el ángulo de ataque nulo del perfil NACA 0012 es de $\alpha_r = +3, 1^\circ$.

Se realizan ensayos de $T = 20 \text{ seg}$ para ángulos de ataque del perfil entre $-35^\circ \leq \alpha \leq +35^\circ$ con incrementos de 1° o 2° , dependiendo del caso. La velocidad de la corriente libre en el túnel está calibrada empleando la técnica *Laser Doppler Anemometry* (LDA) según el porcentaje de potencia aplicada a los cuatro ventiladores del túnel (respecto a la potencia nominal de los mismos), siguiendo ambas una relación lineal. Los valores $\%P$, $U_\infty(LDA)$ y $\delta U_\infty(LDA)$ se encontraban tabulados previamente. Los ensayos se realizaron para cuatro velocidades distintas de la corriente libre U_∞ (Tabla 1).

$\%P$	$U_\infty [m/s]$	$\delta U_\infty [m/s]$	Re_c
0,68	5	$\pm 0,06$	$3,33 \cdot 10^4$
11,25	10	$\pm 0,12$	$6,67 \cdot 10^4$
21,43	15	$\pm 0,16$	$1 \cdot 10^5$
30,56	20	$\pm 0,47$	$1,33 \cdot 10^5$

Tabla 1: Velocidades y números de Reynolds de cuerda ensayados.

Antes de cada serie de ensayos con distintos ángulos de ataque y un mismo número de Reynolds, se realizaron varios ensayos sin velocidad en el túnel para determinar el *offset* (F_{x0}, F_{y0}) de la fuerza en el plano $X - Y$, causado por las posibles desviaciones del eje Z de la balanza respecto a la vertical y el peso propio del ala. A continuación, se llevaron a cabo los ensayos de forma continua, anotando la temperatura del aire en el interior del túnel para cada uno de ellos. La temperatura menor registrada para un ensayo fue de $24,2^{\circ}\text{C}$ y la mayor $29,4^{\circ}\text{C}$. La densidad del aire empleada para la determinación de la fuerza dinámica sobre el modelo se ajusta en función de la temperatura a la que se realizó cada uno de los ensayos.

Una vez realizados todos los ensayos se procesan los datos de fuerza en los ejes X e Y de la balanza obtenidos para cada ensayo con *Matlab*, obteniéndose los valores medios de los coeficientes de arrastre y sustentación para cada ángulo de ataque y número de Reynolds.

$$\alpha_{ejes} = 27^{\circ} + 3,1^{\circ} + \alpha$$

$$F_{x\ neta} = F_x - F_{x0} \quad F_{y\ neta} = F_y - F_{y0}$$

$$D = F_{x\ neta} \cdot \cos(\alpha_{ejes}) + F_{y\ neta} \cdot \sin(\alpha_{ejes})$$

$$L = -F_{x\ neta} \cdot \sin(\alpha_{ejes}) + F_{y\ neta} \cdot \cos(\alpha_{ejes})$$

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 A} \quad C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 A}$$

$$Re_c = \frac{U_{\infty} \cdot c}{\nu}$$

siendo:

α el ángulo de ataque del perfil NACA 0012;

α_{ejes} el ángulo de desfase entre el eje X de la balanza y el eje longitudinal de la sección de medida;

F_x, F_y las componentes medias de la fuerza en cada ensayo;

F_{x0}, F_{y0} las componentes medias de la fuerza en el ensayo sin velocidad (*offset*);

$F_{x\ neta}, F_{y\ neta}$ las componentes medias de la fuerza aerodinámica neta en cada ensayo;

D la fuerza de arrastre sobre el ala en cada ensayo;

L la fuerza de sustentación sobre el ala en cada ensayo;

C_D el coeficiente de arrastre del ala;

C_L el coeficiente de sustentación del ala;

ρ la densidad del aire en el túnel;

U_{∞} la velocidad de la corriente libre aguas arriba del modelo;

$A = L \cdot c$ el área aerodinámica del modelo (longitud x cuerda);

Re_c el número de Reynolds de cuerda de la corriente libre;

ν la viscosidad cinemática del aire en el túnel;

3. Resultados y discusión

3.1. Curvas de arrastre y sustentación

Las curvas de arrastre y sustentación obtenidas (Figura 4) difieren en gran medida de las proporcionadas por Abbott & von Doenhoff [1] y por Sheldahl & Klimas [2] para el perfil aerodinámico en 2D del NACA 0012. Pese a que estamos hablando de experimentos con distintos Re_c (especialmente comparado con los datos de Abbott), la principal causa de esta divergencia de los valores obtenidos es la aparición de efectos de borde (*wing-tip vortex*) en el extremo libre del ala, que dominan el rendimiento aerodinámico del mismo debido a la baja relación de aspecto del modelo.

La reducción en el coeficiente de sustentación mínimo C_{Lmax} para el modelo ensayado respecto a los valores observados por Sheldahl es de un 40% aproximadamente. El coeficiente de arrastre inducido por el flujo tridimensional en el torbellino de extremo de ala para $\alpha = 0^\circ$ es del orden de 5 veces superior al C_{Lmin} del perfil 2D observado por Sheldahl. También se produce un retraso de alrededor de 2° en el ángulo de entrada en pérdida.

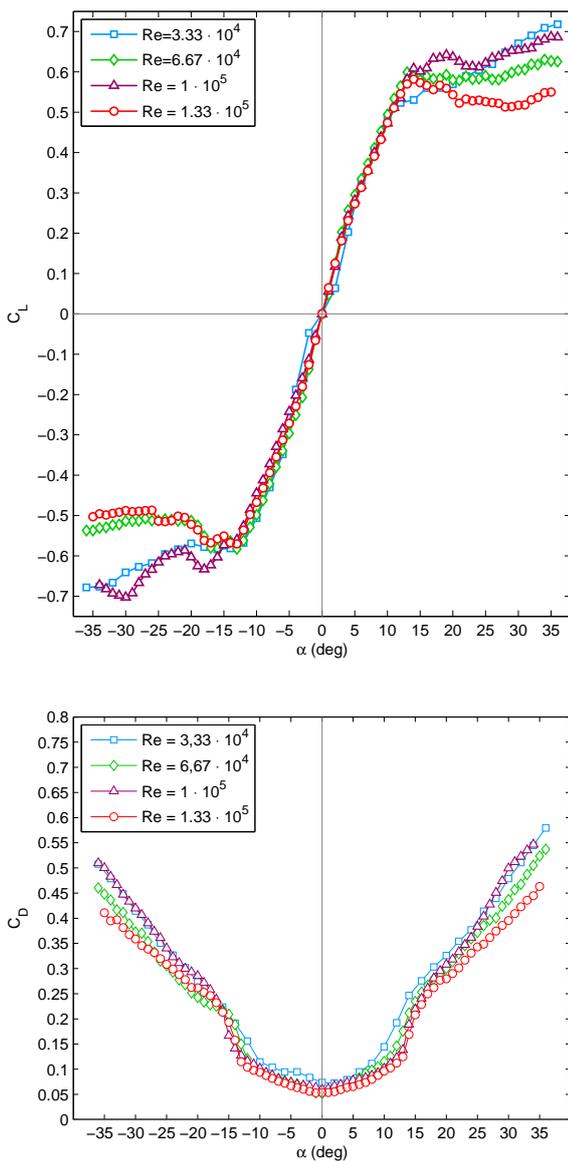


Figura 4: Curvas C_L vs α y C_D vs α

Los valores máximos del coeficiente de sustentación C_{Lmax} del modelo se sitúan en torno a 0,6 en todos los números de Reynolds ensayados, con ángulos de ataque de entrada en pérdida entre 12°

y 14° grados. Los coeficientes de arrastre mínimos C_{Dmin} para el ángulo de sustentación nula ($\alpha = 0^\circ$) se encuentran comprendidos entre 0,05 y 0,075 en todos los casos. Estos valores presentan una ligera desviación comparándolos con los publicados por Ngo & Barlow [7], coincidiendo ambas curvas de sustentación y arrastre con diferencias menores al 10%. Igualmente, los datos obtenidos de C_{Lmax} , C_{Dmin} y ángulo entrada en pérdida coinciden con variaciones mínimas con los obtenidos por Mueller & Torres [4] para el caso de placa plana con la misma relación de aspecto y el mismo número de Reynolds.

Para los dos casos con números de Reynolds de orden 10^4 , la zona lineal de la curva de sustentación del perfil presenta una discontinuidad en ángulos de ataque pequeños. La pendiente en el ángulo de sustentación nula toma valores de $\Delta C_L / \Delta \alpha_0 = 0,036 \text{ deg}^{-1}$ para $Re_c = 3,33 \cdot 10^4$ y $\Delta C_L / \Delta \alpha_0 = 0,045 \text{ deg}^{-1}$ para $Re_c = 6,67 \cdot 10^4$ (Figura 5). Estas pendientes en origen son sensiblemente inferiores a las detectadas por Laitone [3] para el mismo orden magnitud del Re_c , en un ala NACA 0012 con $AR = 6$ y con ángulos de ataque cercanos el nulo.

Sin embargo, las curvas de sustentación obtenidas presentan un comportamiento muy similar a las conseguidas por Laitone (Figura 1). Al aumentar la velocidad de la corriente, la discontinuidad en la pendiente $\Delta C_L / \Delta \alpha$ de la curva se reduce progresivamente, tendiendo a una pendiente constante en ángulos de ataque pequeños para los casos con mayor Re_c .

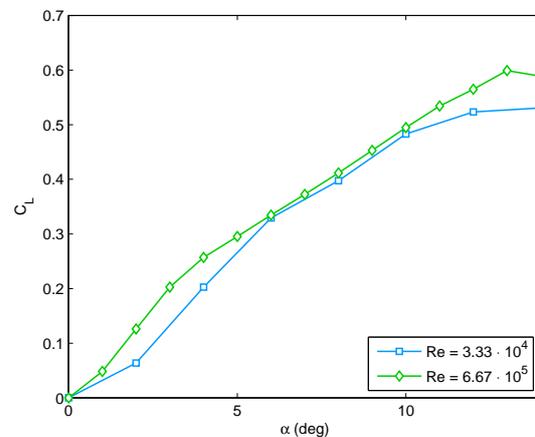


Figura 5: Detalle de la Figura 4. C_L vs α para $Re_c = 3,33 \cdot 10^4$ y $Re_c = 6,67 \cdot 10^4$.

Las pendientes $\Delta C_L/\Delta\alpha$ para ángulos de ataque pequeños son de $0,059 \text{ deg}^{-1}$ y $0,062 \text{ deg}^{-1}$ para $Re_c = 1 \cdot 10^5$ y $Re_c = 1,33 \cdot 10^5$ (Figura 6). Estas pendientes en origen están lejos de las reportadas por Sheldahl para el modelo 2D en Re_c del mismo orden de magnitud, sin embargo prácticamente coinciden con los datos pendiente en ángulos de ataque pequeños de Mueller & Torres [4] para una placa plana con $AR = 2$ y con las obtenidas por Ngo & Barlow [7] para el NACA 0012 con $AR = 4$.

Cuando el ángulo de ataque aumenta por encima de los 3° , la curva presenta una reducción de pendiente ($\Delta C_L/\Delta\alpha = 0,038 \text{ deg}^{-1}$), manteniéndose esa prácticamente constante hasta la entrada en pérdida del perfil. Este comportamiento también es coincide con el encontrado por Yen & Huang en modelos de ala con $AR = 5$, aunque en nuestro caso con pendientes ligeramente menores en la curva de sustentación. Esta pendiente cuasi-constante es común para los cuatro números de Reynolds estudiados, solo que con diferentes rangos de ángulos de ataque, más reducidos conforme disminuye el Reynolds del flujo incidente. Además observamos un cierto aumento del ángulo de entrada en pérdida para los dos casos de Re_c mayor (14°) respecto a los de Re_c menor (12° - 13°).

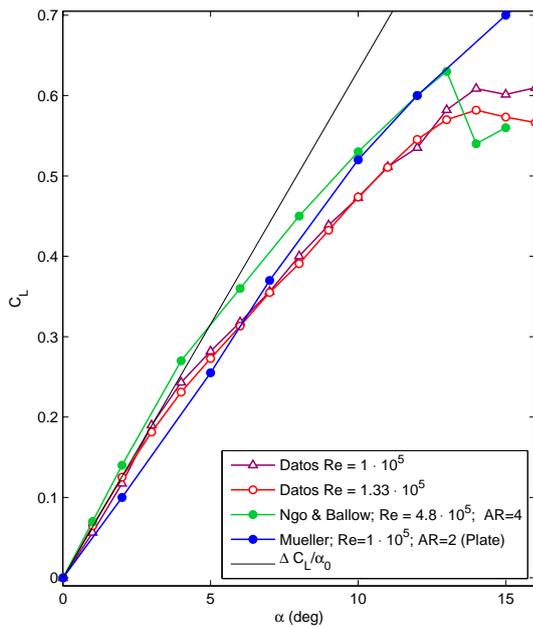


Figura 6: Detalle de la Figura 4. C_L vs α para $Re_c = 1 \cdot 10^5$ y $Re_c = 1,33 \cdot 10^5$.

En el caso de las curvas de coeficiente de arrastre frente a ángulo de ataque, todos los casos presentan una pendiente variable, pero muy reducida para ángulos menores al de entrada en pérdida (Figura 7). Una vez que el perfil alcanza este ángulo, entre los 12° y 14° , la pendiente $\Delta C_D/\Delta\alpha$ aumenta y el ala pierde eficiencia aerodinámica.

El ángulo de ataque de máxima eficiencia se encuentra entre los 10° y los 12° dependiendo de la velocidad de la corriente incidente (Figura 8), con una relación de fuerzas L/D entre 4,43 para $Re_c = 3,33 \cdot 10^4$ y 5,51 para $Re_c = 1 \cdot 10^5$. Existe un ligero aumento de la eficiencia conforme aumenta el Re_c debido a la disminución de los coeficientes de arrastre y a un ligero aumento del C_L en el rango de pequeños ángulos de ataque.

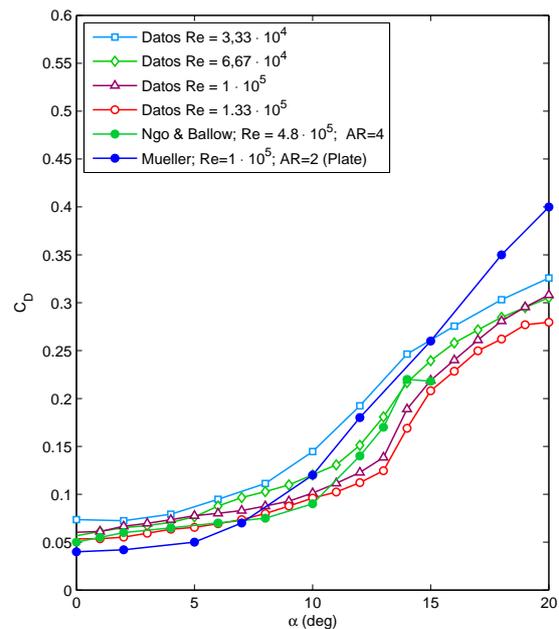


Figura 7: Detalle de la Figura 4. C_D vs α

El coeficiente de arrastre mínimo experimentalmente igualmente un descenso con el aumento del Re_c . Los puntos experimentales obtenidos se pueden ajustar mediante la ecuación $C_{Dmin} = 0,55 \cdot Re_c^{-0,205}$ (Figura 9). Laitone obtuvo un ajuste para puntos experimentales del coeficiente de sustentación mínimo en casos con $2 \cdot 10^4 \leq Re_c \leq 7 \cdot 10^4$ mediante la ecuación $C_{Dmin} = 0,35 \cdot Re_c^{-0,25}$. La principal causa de esta diferencia, especialmente en el rango de C_{Dmin} (no tanto en la relación del exponente), es las dife-

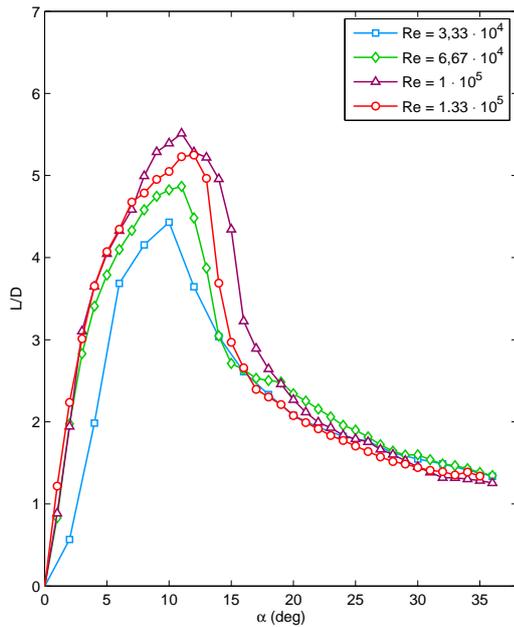


Figura 8: L/D vs α

rentes relaciones de aspecto empleadas en ambos ensayos, así como tratarse de ensayos con intervalos de número de Reynolds diferentes.

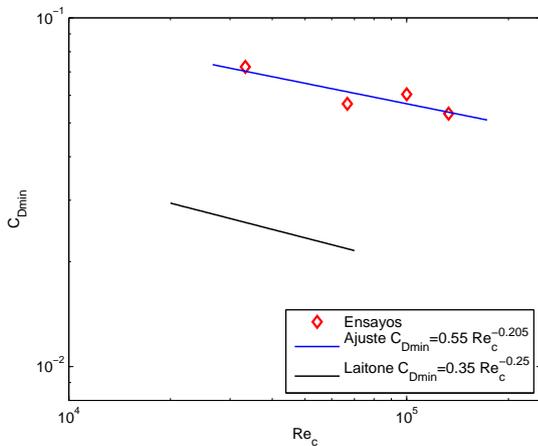


Figura 9: Ajuste C_{Dmin} vs Re_c , para los datos obtenidos ($3,33 \cdot 10^4 \leq Re_c \leq 1,33 \cdot 10^5$; $AR = 2$) y observado por Laitone [3] ($2 \cdot 10^4 \leq Re_c \leq 7 \cdot 10^4$; $AR = 6$).

3.2. Desviación en los coeficientes y errores

La desviación típica en los datos de las fuerzas sobre el ala para cada número de Reynolds y ángulo de ataque nos inducen una variabilidad en los datos de los coeficientes de arrastre y sustentación en el

perfil. Para la zona lineal de la curva de sustentación ($\alpha \leq 12^\circ - 14^\circ$), antes de la entrada en pérdida del perfil, la desviación en los coeficientes permanece prácticamente constante y con valor inferior a 0,02 en ambos casos. Existe una ligera reducción de la desviación en los datos cuando disminuye el Re_c de la corriente incidente.

Para ángulos iguales o ligeramente superiores a los de entrada en pérdida, la generación de vórtices en la capa límite separada de la superficie del perfil y su propagación en la estela turbulenta induce una mayor fluctuación en las fuerzas, que se traduce en una aumento repentino de las desviaciones de los coeficientes C_D y C_L . Las máximas desviaciones se dan para ángulos de ataque entre 12° y 20° en todos los casos, y siempre son menores de 0,12, tanto para el C_D como para el C_L .

A medida que nos alejamos del ángulo de entrada en pérdida, para ángulos mayores a 20° , las desviaciones en los coeficientes se van reduciendo progresivamente. La emisión de vórtices en el régimen de capa límite turbulenta separada induce una excitación cada vez menor en la vibración del ala y, en consecuencia, la fluctuación de los coeficientes se reduce.

En la Figura 10 se muestran las desviaciones para ángulos de ataque entre $\alpha = 0^\circ - 35^\circ$ y número de Reynolds $Re_c = 1,33 \cdot 10^5$, que resulta ser el caso más desfavorable. El resto de casos presentan un comportamiento similar.

Se utilizó método de Kline-McClintock [12] para realizar la propagación de los errores en las medidas experimentales y estimar el grado de certeza en los coeficientes aerodinámicos. Considerando la formulación empleada en la determinación de los coeficientes, este procedimiento arroja valores altos de error para ángulos α_{ejes} cercanos al cero, es decir, cuando el eje X de la balanza y la fuerza de arrastre tienen la misma dirección. Apartándonos ligeramente de estos valores de α_{ejes} , los errores se reducen progresivamente hasta hacerse estables. La precisión de la balanza es del 0,2% de la medida de fuerza (en N), la precisión del sistema de rotación es de 0,2° y

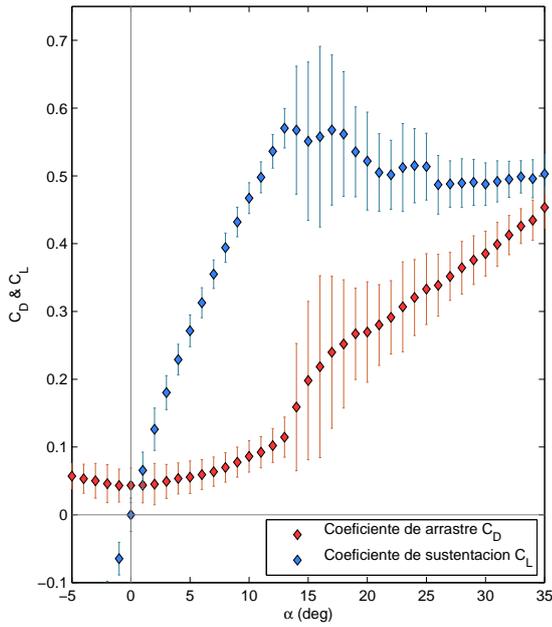


Figura 10: Desviaciones de C_D y C_L para $Re_c = 1,33 \cdot 10^5$.

las variaciones de la velocidad respecto a la media considerada se indicaron anteriormente (ver Sección 2). Los errores máximos estimados para cada número de Reynolds de ensayo se reflejan en el Tabla 2.

Re_c	% Error C_D	% Error C_L
$3,33 \cdot 10^4$	$\pm 4,0$	$\pm 3,0$
$6,67 \cdot 10^4$	$\pm 6,0$	$\pm 4,5$
$1 \cdot 10^5$	$\pm 6,5$	$\pm 4,5$
$1,33 \cdot 10^5$	$\pm 5,5$	$\pm 4,0$

Tabla 2: Errores máximos en % estimados en los coeficientes.

3.3. Vibraciones en el ala

Se han analizado las series temporales de fuerza neta sobre el ala en las direcciones de arrastre y sustentación para todos los ángulos de ataque y números de Reynolds ensayados. Mediante la función FFT de *Matlab* hemos obtenido la densidad de potencia espectral (PSD) para cada señal en el dominio frecuencial.

Como se dijo anteriormente, la frecuencia de muestreo de la balanza es $f_s = 2500 \text{ Hz}$, para tiempos de duración del ensayo $T = 20 \text{ s}$ que nos proporcionan una resolución en frecuencia $df = 0,05 \text{ Hz}$. Para evitar efectos de *aliasing*¹ en la lectura de la señal, que distorsionarían el estudio frecuencial de la misma, previamente se ha filtrado la señal con un filtro paso bajo que elimina las componentes con frecuencias superiores a la de Nyquist ($F_{nyquist} = f_s/2$).

En la mayoría de los ensayos obtenemos que la componente senoidal de máxima energía tiene una frecuencia comprendida en el mismo intervalo acotado independientemente del número de Reynolds y del ángulo de ataque del ensayo, sin observarse ninguna tendencia clara. La primera componente senoidal de la señal temporal de la fuerza de sustentación sobre el perfil tiene una frecuencia de $f_L = 28,59 \pm 2 \text{ Hz}$ en el 79% de los ensayos realizados. Para el caso de la fuerza de arrastre, la frecuencia de las componentes más energética es de $f_D = 28,44 \pm 2 \text{ Hz}$ en un 85% de los ensayos.

Se ha obtenido experimentalmente la frecuencia de vibración natural del modelo montado en la balanza mediante una serie de 6 ensayos, consistentes en realizar un impacto instantáneo en el centro extremo libre del ala y en dirección perpendicular al plano de cuerda, dejando que el modelo vibre libremente y registrando la fuerza neta en la balanza. Analizamos la señal temporal con la función FFT y ventanas ahuesadas que aíslan un intervalo de tiempo justo después de cada uno de los impactos (Figura 11). El valor medio de la frecuencia de la componente más energética en el conjunto de ensayos de impacto es $f_{libre} = 28,20 \text{ Hz}$ con una desviación estándar de $\sigma_{libre} = 4,66 \text{ Hz}$.

Dalley & Ripperger [10] obtuvieron en 1954

¹ Cuando se muestrea una señal continua en un intervalo de tiempo discreto con una frecuencia de muestreo f_s puede ocurrir que las componentes de la señal original con frecuencia mayor de $f_s/2$ produzcan una distorsión del espectro de potencia de la señal discreta, causando picos de energía para componentes de baja frecuencia no presentes en la señal continua original. Este efecto se denomina *aliasing* y se evita escogiendo una frecuencia de muestreo adecuada.

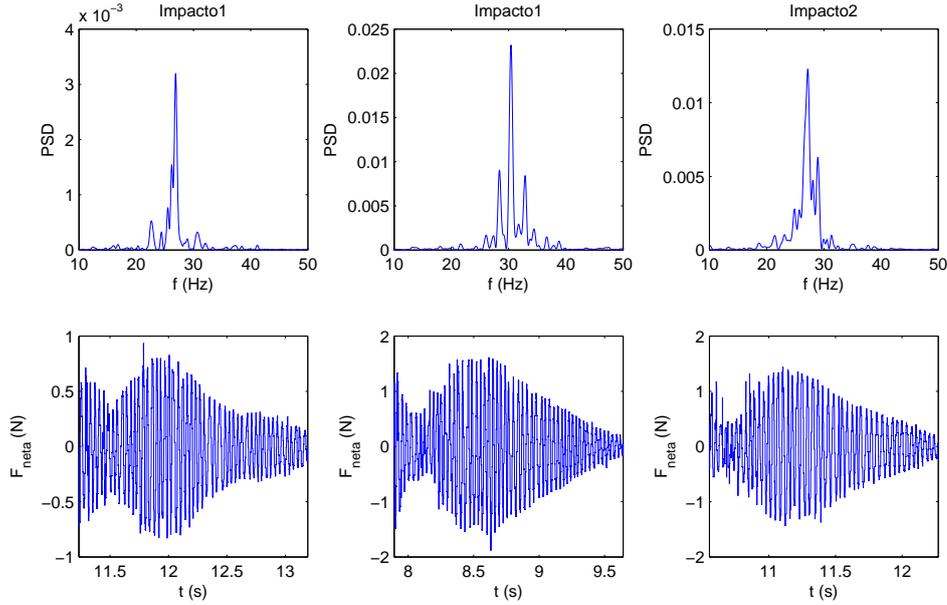


Figura 11: Serie temporal y espectro PSD para tres de los ensayos de vibración libre.

valores experimentales de frecuencias de vibración natural para una placa rectangular de aluminio con relación de aspecto $AR = 2$, perfectamente empotrada en uno de sus bordes cortos y libre en el resto. Dalley observó valores del coeficiente de frecuencia para el primer modo de deformación no forzada de $\lambda = \omega \cdot a^2 \cdot \sqrt{\rho/D} = 3,36$, donde ω es la frecuencia cíclica del primer modo, a la longitud de la placa, ρ la densidad del material y $D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)}$ el módulo de rigidez a flexión del material (E es el módulo de Young, h el espesor de la placa y ν el módulo de Poisson). Considerando una placa maciza de sección rectangular con el mismo momento de inercia I , misma área transversal A_t y misma relación de aspecto AR que el perfil de ala NACA 0012 ensayado, este coeficiente de frecuencia equivale a una frecuencia de vibración libre en el primer modo de deformación de 29,43 Hz, muy cercana a la obtenida experimentalmente para nuestro modelo.

Igualmente, se ha calculado analíticamente mediante la formulación desarrollada por Warburton [11], que uso el método de Rayleigh y funciones de deflexión en la placa iguales al producto de funciones de flecha en vigas con las mismas condiciones de contorno y direcciones ortogonales. Para una placa maciza rectangular de aluminio con las mismas características mecánicas que el perfil de ala NACA

0012 ensayado (I , A_t , AR y material), obtenemos una frecuencia de vibración libre para el primer modo de deformación simétrico ($m=1$, $n=0$, una única línea nodal en el lado empotrado) de 30,81 Hz. Este primer modo de deformación es el que menor frecuencia característica posee y, por tanto, el que necesita una menor aportación de energía para producirse.

Los valores teóricos de frecuencia de vibración libre coinciden sensiblemente con los datos experimentales obtenidos para el modelo NACA 0012 y con las frecuencias de fluctuación de las fuerzas aerodinámicas sobre el ala. Las pequeñas diferencias que existen entre datos teóricos y experimentales en frecuencia de vibración libre pueden deberse fundamentalmente a las condiciones reales de empotramiento, puesto que este no será totalmente rígido al encontrarse el ala fijada al sensor de fuerzas y momento, así como a la desviación ocurrida al tomar como aproximación una placa de sección rectangular equivalente.

Por tanto, las fuerzas aerodinámicas sobre el ala empotrada fluctúan según un intervalo de frecuencias centrado en la frecuencia de vibración natural libre del sistema ala-balanza ($f_0 = 28,20\text{Hz}$ según el dato experimental). Esta frecuencia es independiente del comportamiento del flujo alrededor del modelo, por lo que no varía con el número de Reynolds ni el

ángulo de ataque, dependiendo únicamente de las características mecánicas del sistema. En las Figuras 12 y 13 se representa la densidad espectral, escalada según su orden de magnitud, de las fuerzas de arrastre y sustentación para ángulos de ataque entre 0° y 35° en todos los números de Reynolds ensayados. Todas las señales tienen su pico de mayor energía en la frecuencia de vibración natural del sistema.

Sin embargo, la energía involucrada en la vibración, es decir, la amplitud de las fluctuaciones de la fuerza, sí que depende de las características del flujo, en especial de la emisión y propagación de vórtices en el régimen de separación de la capa límite turbulenta en la superficie del perfil. Para ángulos iguales o ligeramente superiores al de entrada en pérdida del ala, la energía del espectro de las fuerzas es un orden de magnitud superior que para los ángulos $\alpha < 12^\circ - 14^\circ$. Conforme el ángulo de ataque aumenta y se aleja del ángulo de entrada en pérdida, la densidad espectral disminuye nuevamente aunque sigue siendo superior que en ángulos menores al de entrada en pérdida.

Las variaciones de densidad espectral con el ángulo de ataque del perfil están directamente relacionadas con la desviación observada en los coeficientes C_D y C_L . Este esquema de aumento de energía de vibración en ángulos de ataque iguales al de entrada en pérdida y ligeramente superiores, se repite para las fuerzas de arrastre y de sustentación en todos los números de Reynolds ensayados. Bien es cierto que conforme disminuye el Re_c , el aumento de energía para ángulos $12^\circ \leq \alpha \leq 20^\circ$ tiende a hacerse más tenue, es decir, que la vibración es "igual de intensa" independientemente del ángulo de ataque. Si observamos las Figuras 12(a) y 13(a) ($Re_c = 3,33 \cdot 10^4$) comprobamos que la PSD es de igual magnitud para todos los ángulos de ataque, cosa que no ocurre para los casos con Re_c superior. El aumento repentino de la desviación estándar de C_D y C_L para el ángulo de ataque de entrada en pérdida (Figura 10) es mayor conforme aumenta la velocidad de la corriente libre, al igual que ocurre con la densidad espectral.

El aumento de la energía de vibración cuando el ala entra en pérdida se debe fundamentalmente a

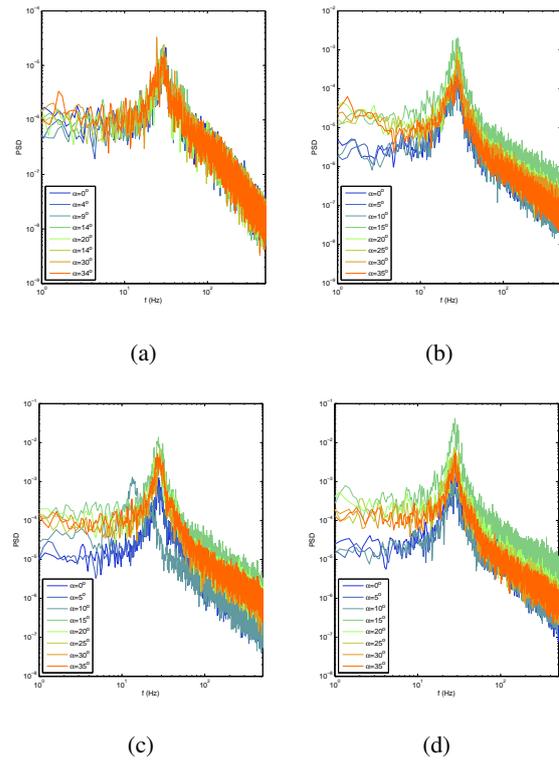


Figura 12: Espectro PSD de la fuerza de arrastre para ángulos $0^\circ \leq \alpha \leq 35^\circ$ con (a) $Re_c = 3,33 \cdot 10^4$, (b) $Re_c = 6,67 \cdot 10^4$, (c) $Re_c = 1 \cdot 10^5$ y (d) $Re_c = 1,33 \cdot 10^5$, respectivamente.

la variación en las características de la excitación, es decir, a cambios en la frecuencia y escala de las estructuras turbulentas coherentes formadas en el flujo superficial del perfil. Yarusevych, Sullivan & Kawall [9] encontraron que la emisión de vórtices en la superficie de succión de un NACA 0012, generados en la zona de separación de la capa límite laminar y de transición a régimen turbulento, varía relativamente poco con los cambios del ángulo de ataque (0° , 5° y 10°) con $Re_c = 5 \cdot 10^4$, y esta caracterizada por una frecuencia de emisión f_o del orden 10^1 Hz en todos los ángulos de ataque. Al aumentar el Re_c a órdenes de 10^5 , la capa límite turbulenta se vuelve a adherir a la superficie y se crea una burbuja de separación del flujo en la superficie del perfil. La frecuencia de emisión de estructuras turbulentas coherentes en esta burbuja aumenta hasta ordenes 10^2 Hz y depende del ángulo de ataque ($f_o \sim Re_c^{1,83}$ para $\alpha = 0^\circ$, $f_o \sim Re_c^{1,87}$ para $\alpha = 5^\circ$ y $f_o \sim Re_c^{1,91}$ para $\alpha = 10^\circ$). Estas estructuras interactúan en la estela turbulenta, creando vórtices de mayor escala para Re_c menores y con frecuencia

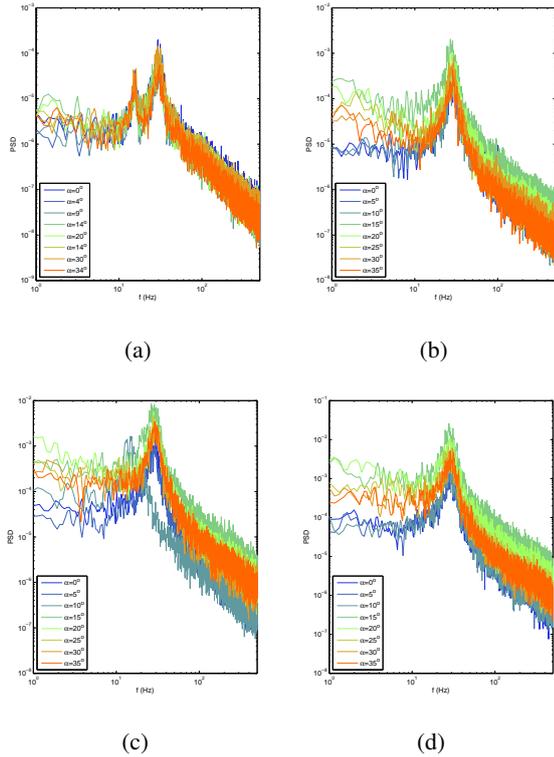


Figura 13: Espectro PSD de la fuerza de sustentación para ángulos $0^\circ \leq \alpha \leq 35^\circ$ con (a) $Re_c = 3,33 \cdot 10^4$, (b) $Re_c = 6,67 \cdot 10^4$, (c) $Re_c = 1 \cdot 10^5$ y (d) $Re_c = 1,33 \cdot 10^5$, respectivamente.

de propagación en la estela es de orden 10^1 veces menor que la frecuencia en la burbuja de separación (medida a una distancia $x/c \leq 3$ del borde de fuga del perfil).

Al aumentar el ángulo de ataque, esta burbuja de separación se va haciendo más prolongada y se va desplazando hacia el borde de ataque, hasta que se produce una nueva separación de la capa límite turbulenta y el perfil entra en pérdida para $\alpha = 12^\circ - 14^\circ$ (estallido de la burbuja). Para esos ángulos se produce una fuerte caída de la frecuencia de formación de estructuras coherentes en la capa límite turbulenta separada. Esta caída de f_0 es más acentuada cuanto mayor es el Re_c del flujo, según observó Gerakopulos [14] para una NACA 0018. Yen [13] encontró que, para un perfil NACA 0012 y $Re_c = O(10^4)$, a partir de los $\alpha = 20^\circ - 22^\circ$ las frecuencia de emisión de vórtices en la estela varían muy poco con los cambios en el ángulo de ataque y el número de Reynolds.

A la vista de estos resultados, se puede asociar el incremento de la densidad espectral de las fuerzas (incremento de la intensidad de la vibración del ala) con la caída en la frecuencia de emisión de vórtices en la zona de separación de flujo que se produce para el ángulo de entrada en pérdida en todos los Re_c ensayados. Como hemos dicho antes, este cambio de frecuencia de emisión es más acentuado cuanto mayor es el número de Reynolds de la corriente libre y, como consecuencia, mayores son las fluctuaciones de las fuerzas de arrastre y sustentación al entrar en pérdida el perfil. Para ángulos anteriores al estallido de la burbuja de separación y mayores que la zona de pérdida del perfil, las frecuencias varían poco, por lo que la variación de las fluctuaciones de la fuerza en el perfil serán también pequeñas.

Igualmente, la magnitud de la densidad espectral de las fuerzas sobre el ala aumenta en más de dos órdenes de magnitud al incrementar la velocidad de la corriente incidente de $Re_c = 3,33 \cdot 10^4$ a $Re_c = 1,33 \cdot 10^5$. Las Figuras 14 y 15 muestran los espectros PSD de los registros de fuerza de arrastre y sustentación, respectivamente, para $\alpha = 15^\circ$ en todos los Re_c ensayados. Este esquema se repite para todos los α ensayados, tanto en la fuerza de arrastre D como en la fuerza de sustentación L . Este comportamiento puede ser debido sencillamente al aumento de la energía cinética turbulenta transportada al incrementarse el valor de la velocidad de la corriente libre.

Como se puede apreciar en las Figuras 12 y 13, para algunos ensayos aparecen picos de densidad espectral fuera del intervalo considerado para la frecuencia de vibración natural del sistema placa-balanza ($28,20 \pm 4,66 \text{ Hz}$, dato experimental), así como una tendencia a al incremento de la densidad espectral en las componentes de baja frecuencia de la señal, especialmente en la fuerza de sustentación. Puede ocurrir que, al igual que en los ensayos de caracterización de emisión de vórtices en la estela de un perfil con anemometría térmica, la componente (de la fuerza en este caso) en la dirección de sustentación sea más sensibles a las variaciones turbulentas del flujo que la componente en la dirección de arrastre.

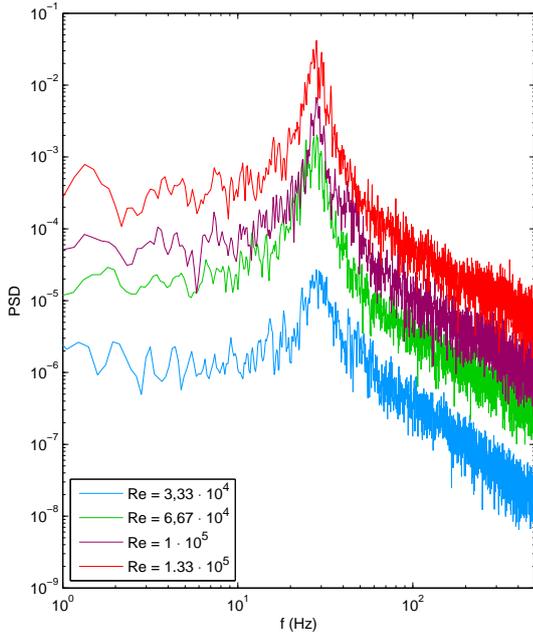


Figura 14: Espectro PSD de la fuerza de arrastre para $\alpha = 15^\circ$ en todos los casos ensayados.

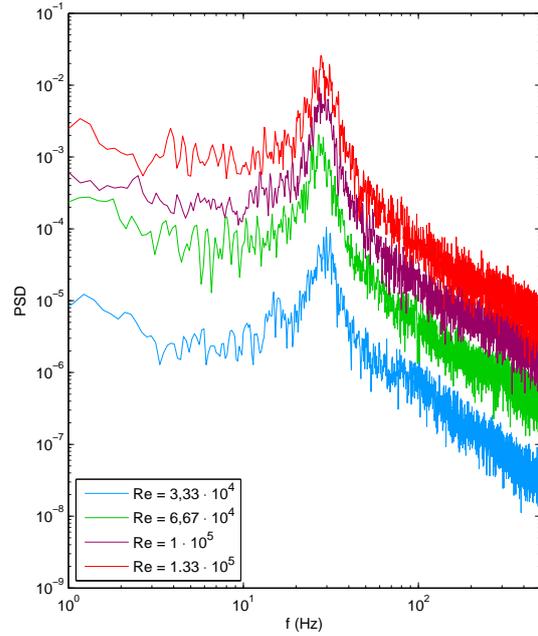


Figura 15: Espectro PSD de la fuerza de sustentación para $\alpha = 15^\circ$ en todos los casos ensayados.

Para caracterizar estos picos locales de la densidad espectral de la señal fuera del intervalo de vibración natural se ha realizado un nuevo filtrado de la señal de fuerza de sustentación con un filtro paso bajo de 10 Hz, aislando las componentes de mayor periodo para cada ángulo de ataque y número de Reynolds ensayados. Encontramos picos locales de energía para frecuencias comprendidas entre 0,05 Hz y 0,25 Hz en un 56% de los ensayos y por debajo de 1.5 Hz en un 88%, aunque sin observar ningún patrón que relacione estos picos con el ángulo de ataque o el Re_c del flujo. No obstante, se cree que esta componente senoidal de la señal temporal de fuerza de sustentación es debida al fenómeno de fluctuación aleatoria, en el plano perpendicular al flujo, de la posición del centro del torbellino de extremo de ala en el campo cercano al borde de fuga aguas abajo del modelo (*vortex meandering*).

Del Pino, López-Alonso, Parras & Fernández-Feria [5] observaron en 2009, mediante el análisis de visualizaciones del campo de velocidad en la estela de un perfil NACA 0012 en canal hidrodinámico, una frecuencia principal de variación de la posición del centro del vórtice en el plano perpendicular a la dirección del flujo comprendida entre 0,1 Hz y

0,2 Hz, para distancias $x/c = 0 - 4$ y números de Reynolds del flujo de $22504 \leq Re_c \leq 41874$. Roy & Leweke [8] obtuvieron para el mismo fenómeno, usando PIV, valores para la frecuencia fundamental de variación del centro del vórtice ligeramente inferiores a 1 Hz, para un plano situado a $x/c = 11,2$ y con $Re_c = O(10^6)$.

Pese a la disparidad en datos experimentales anteriores es lógico pensar que los picos en bajas frecuencias de la fuerza de sustentación sobre el ala son debidos precisamente a esta fluctuación espacial del centro del *tip-vortex* generado.

Por último, se revisaron las variaciones temporales en las frecuencias de las fluctuaciones de las fuerzas sobre el ala. Para ello, se fragmentaron las señales temporales de fuerza de arrastre y sustentación para cada ensayo mediante ventanas rectangulares contiguas que cubrían 2^{10} puntos de muestra y que permiten detectar hasta 3 ciclos en componentes con frecuencia 7 Hz. A cada ventana se le aplica un marco ahuesado con la función *tanh* para conseguir condiciones de periodicidad en los extremos de la ventana. En la Figura 16 se muestran los espectros de las fuerza de sustentación L para

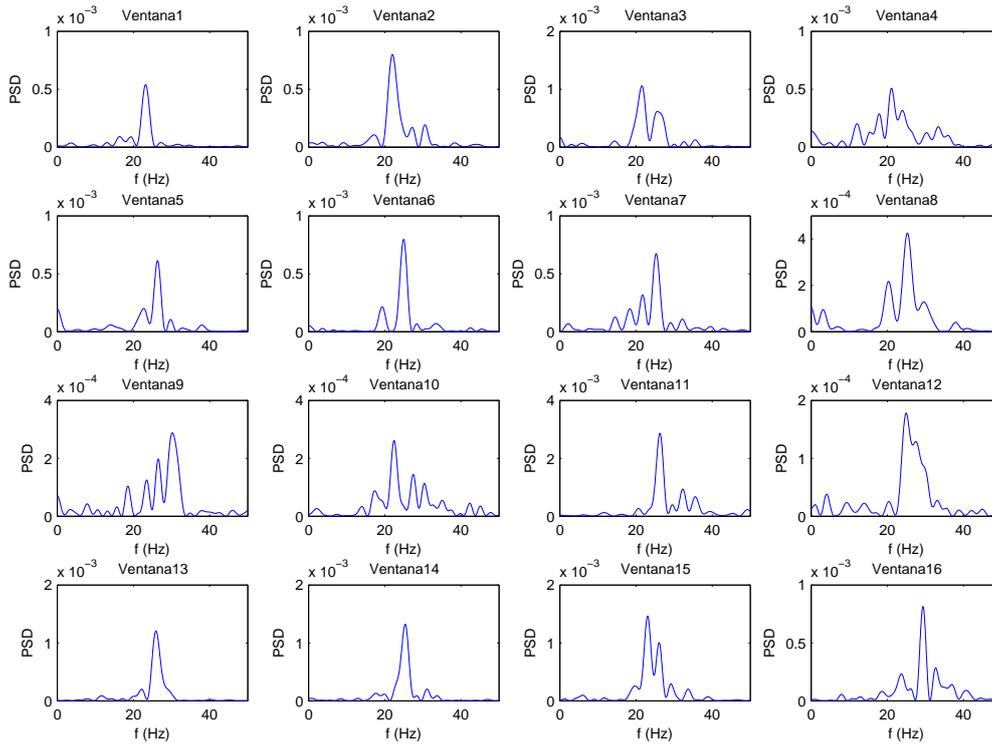


Figura 16: Espectro PSD de la fuerza de sustentación en las primeras 16 ventanas para $\alpha = 15^\circ$ y $Re_c = 1,33 \cdot 10^5$.

las primeras 16 ventanas de la señal con $\alpha = 15^\circ$ y $Re_c = 1,33 \cdot 10^5$.

Se encuentra que la componente senoidal con mayor energía fluctúa aleatoriamente en un intervalo de frecuencias entre los 20 y los 30 Hz, o ligeramente superior, a lo largo de la señal temporal. Cuando se analiza la muestra de frecuencias de energía máxima para cada ensayo no se encuentra un patrón que rijá comportamiento de la frecuencia dominante. Tampoco se encuentran componentes periódicas en las fluctuación. Este mismo comportamiento se repite también para la fuerza de arrastre y para todos los ángulos de ataque α y números de Reynolds.

4. Conclusiones

La generación del torbellino en el extremo libre del modelo junto con la baja relación de aspecto de la misma ($AR = 2$), causan una reducción en la fuerza de sustentación respecto al perfil 2D con NACA 0012

de casi un 40% en todos los números de Reynolds ensayados. El C_{Lmax} es ligeramente inferior a 0,6, con unas pendientes de la curva de sustentación para ángulo de ataque nulo que aumentan al incrementar la velocidad de la corriente libre, y que toman un valor máximo de $\Delta C_L / \Delta \alpha_0 = 0,062 \text{ deg}^{-1}$ para el caso con $Re_c = 1,33 \cdot 10^5$. El ángulo de entrada en pérdida está alrededor de los 12° - 14° y se aprecia un ligero incremento del mismo con el aumento de la velocidad de la corriente libre.

Igualmente, la existencia de este efecto de borde genera una fuerza de arrastre inducida que eleva el coeficiente de arrastre del ala hasta 5 veces por encima del valor de referencia para el perfil 2D. El coeficiente de arrastre mínimo se da para el ángulo de ataque $\alpha = 0^\circ$ y toma un valor entre 0,05 y 0,075. Se aprecia un ligero descenso del mismo con el decrecimiento del número de Reynolds que se puede ajustar mediante la expresión $C_{Dmin} = 0,55 \cdot Re_C^{-0,205}$.

Al analizar las series temporales de las fuerzas sobre el modelo en el dominio de la frecuencia

encontramos que el pico de máxima densidad espectral coincide en la mayoría de los ensayos, independientemente del ángulo de ataque y del número de Reynolds. La frecuencia de la componente dominante en las fuerzas sobre el perfil se encuentra en un intervalo de aproximadamente 28 ± 2 Hz en más del 80% de los ensayos, tanto de la fuerza de arrastre como en la fuerza de sustentación.

Esta frecuencia dominante coinciden con la frecuencia natural del primer modo de deformación libre de sistema ala-balanza, que se ha determinado experimentalmente para nuestro modelo mediante 6 ensayos de impacto. Igualmente, se ha comparado este dato experimental con los resultados teóricos y otros resultados experimentales para una placa plana, de sección rectangular y empotrada en uno de sus lados cortos, mecánicamente equivalente a nuestro modelo ala-balanza, encontrando que todos los valores para la frecuencia de vibración natural coinciden sensiblemente.

Por tanto, se concluye que las fuerzas sobre el modelo fluctúan para una frecuencia principal igual a la frecuencia del primer modo de vibración libre del sistema ala-balanza. Esta fluctuación en la fuerza aerodinámica y, más concretamente, el nivel de energía involucrado en ella (intensidad de la vibración) están muy relacionada con las frecuencias de formación y emisión de estructuras turbulentas coherentes en el régimen de flujo superficial en el perfil, causando como efecto más destacado un incremento de la desviación de los coeficientes de arrastre y sustentación, respecto a su valor medio, para ángulo de ataque iguales o ligeramente superiores al ángulo de entrada en pérdida del perfil.

Finalmente, se encontraron picos locales de densidad espectral, especialmente en la señal de la fuerza de sustentación, para componentes con frecuencias de 0,05-1,5 Hz. Se cree que estas componentes pueden ser debidas al fenómeno de variación espacial de la posición del centro del vórtice generado en el extremo del ala, en el campo cercano al borde de fuga del perfil.

Referencias

- [1] I.H. ABBOTT & A.E. VON DOENHOFF. *Theory of wings sections*. McGraw-Hill, USA, 1949.
- [2] R.E. SHELDAHL & P.C. KLIMAS. *Aerodynamics characteristics of seven symmetrical airfoil sections through 180 degree angle attack for use in aerodynamics analysis of vertical axis wind turbines*. Sandia National Laboratories, USA, 1981.
- [3] E.V. LAITONE. *Wind tunnel test of wings at Reynolds number bellow 70000*. Experiments in Fluids, N° 23 pp. 405-409, 1997.
- [4] T.J. MUELLER & G.E. TORRES. *Aerodynamics of low aspect ratio wings at low Reynolds numbers with application to micro-air vehicles design an optimization*. Department of Aerospace and Mechanical Engineering, University of Notre Dame, USA, 2001.
- [5] C. DEL PINO, J.M. LÓPEZ-ALONSO, L. PARRAS & R. FERNÁNDEZ-FERIA. *Dynamics of the wing-tip vortex in the near field of a NACA 0012 airfoil*. European Air and Space Conference, Manchester, U.K., 2009.
- [6] S.C. YEN & L.C. HUANG. *Flow patterns and aerodynamics performance of unswept and swept-back wings*. Journal of Fluids Engineering, 131(11) - 111101, 2009.
- [7] H.T. NGO & L.E. BARLOW. *Lifting surface with active variable tip member and method for influencing lifting surface behavior therewith*. United State Patent US 6.394.397 B1, 2002.
- [8] C. ROY & T. LEWEKE. *Experiments on vortex meandering*. Technical Report 111-4 STREP, Fundamental Research on Aircraft Wake Phenomena CNRS-IRPHE, 2008.
- [9] S. YARUSEVYCH, P.E. SULLIVAN & J.G. KAWALLS. *On vortex shedding from an airfoil in low-Reynolds-number flows*. Journal of Fluids Mechanics, Vol. 632 pp. 245-271, 2009.
- [10] J.W. DALLEY & E.A. RIPPERGER. *Experimental values of natural frequencies for skew and rectangular cantilever plates*. Def. Res. Lab. Rept. DRL-231, CF-1359, University of Texas, USA, 1954.
- [11] G.B. WARBURTON. *The vibration of rectangular plates*. Proc. Inst. Mech. Eng., Vol. 168 N° 12 pp. 371-384, 1954.

- [12] S.J. KLINE & F.A. MCCLINTOCK. *Describing uncertainties in single-sample experiments*. Mechanical Engineering, Vol. 75 N° 1 pp. 3-8, 1953.
- [13] S.C. YEN. *Aerodynamics performance on the shedding characteristics on a swept-back wing*. Journal of Marine Science and Technology, Vol.19 N° 2 pp. 162-167, 2011.
- [14] R.J. GERAKOPULOS. *Investigating flow over an airfoil at low Reynolds numbers using novel time-resolved surface pressure measurements*. Doctoral Tesis, University of Waterloo, Ontario, Canada, 2011.